

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»
Институт математики, физики и информационных технологий
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института математики, физики
и информационных технологий
Королева Н.Л.
«11» марта 2022 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине
**«Теория функционально-дифференциальных включений
и задачи управления»**

Научная специальность:

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Уровень высшего образования
подготовка кадров высшей квалификации
по программам подготовки научных и
научно-педагогических кадров в аспирантуре

Форма обучения
очная

Год набора
2022

Автор программы: Жуковский Евгений Семенович, доктор физико-математических наук, профессор

Рабочая программа составлена в соответствии с федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов) (приказ Минобрнауки России от 20 октября 2021 г. № 951).

Рабочая программа принята на заседании кафедры функционального анализа «09» марта 2022 года Протокол № 6.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи дисциплины
2. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры
3. Объем и содержание дисциплины
4. Контроль знаний обучающихся
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины
6. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Цели и задачи дисциплины

1.1 Цель дисциплины – формирование у аспирантов знаний о функционально-дифференциальных включениях и связанных с ними многозначных отображениях, методах исследования таких включений и возможности их применения в задачах оптимального управления.

1.2 Задачи дисциплины:

- изучить основные теоремы многозначного анализа;
- изучить задачи, приводящие к функционально-дифференциальным включениям;
- изучить основные методы исследования разрешимости функционально-дифференциальных включений, нахождения оценок решений;
- научиться применять функционально-дифференциальные включения для исследования задач оптимального управления.

1.3 Требования к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины аспирант должен:

Знать:

- теорию многозначных отображений в конечномерных пространствах;
- понятие дифференциального включения (ДВ), функционально-дифференциального включения (ФДВ);
- области применения ДВ и ФДВ;
- различные определения решений ДВ и ФДВ;
- условия разрешимости ДВ и ФДВ, продолжаемости решений, построения эффективных оценок;
- ключевые понятия и утверждения теории оптимального управления.

Уметь:

- применять теоремы многозначного анализа для исследования разрешимости ДВ и ФДВ;
- определять в задаче быстрогодействия оптимальное управление и оптимальную траекторию.

Владеть:

- навыками нахождения расстояния по Хаусдорфу между множествами;
- навыками интегрирования многозначных отображений;
- навыками проверки условий Каратеодори для многозначных отображений;
- навыками проверки свойств вольтерровости и τ -вольтерровости отображений

2. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры:

Дисциплина «Теория функционально-дифференциальных включений и задачи управления» относится к образовательному компоненту «Дисциплины (модули)» программы аспирантуры по научной специальности 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика. Дисциплина является элективной.

Дисциплина «Теория функционально-дифференциальных включений и задачи управления» изучается во 2 семестре.

3. Объём и содержание дисциплины

3.1 Объём дисциплины

Очная форма обучения: 2 з.е.

Вид учебной работы	Очная форма обучения (всего часов)
Общая трудоёмкость дисциплины	72
<i>Контактная работа (по учебным занятиям)</i>	22
Лекции (Л)	10
Практические (семинарские) занятия (ПЗ)	12
Лабораторные занятия (ЛЗ)	-
<i>Самостоятельная работа (СР)</i>	50
<i>Зачет</i>	

3.2 Содержание дисциплины:

№ те мы	Название раздела/темы	Вид учебной работы, час. (очная форма)				Формы текущего контроля
		Л	ПЗ	ЛЗ	СР	
1.	Тема 1. Дифференциальные уравнения, удовлетворяющие условиям Каратеодори	2	3	-	10	устный опрос, контрольная работа
2.	Тема 2. Многозначные отображения в конечномерных пространствах	2	2	-	10	устный опрос, контрольная работа
3.	Тема 3. Дифференциальные включения. Дифференциальные уравнения с разрывной по фазовым переменным правой частью	2	3	-	10	устный опрос, контрольная работа
4.	Тема 4. Функционально– дифференциальные включения	2	2	-	10	устный опрос, контрольная работа
5.	Тема 5. Качественная теория функционально- дифференциальных включений с вольтерровыми по Тихонову операторами	2	2	-	10	устный опрос, контрольная работа

Тема 1. Дифференциальные уравнения, удовлетворяющие условиям Каратеодори

Лекция. Примеры дифференциальных уравнений с разрывной правой частью, показывающие, что классическое определение решений уравнения для этих уравнений неприменимо. Основные требования к обобщенному понятию решения таких уравнений. Дифференциальные уравнения, удовлетворяющие условиям Каратеодори. Теоремы существования, продолжаемости, единственности решений. Непрерывная зависимость решений от правой части и начальных условий.

Практическое занятие.

1. Классическое определение решения дифференциального уравнения. Условия Каратеодори. Примеры функций, удовлетворяющих условиям Каратеодори. Определение решения по Каратеодори дифференциального уравнения.
2. Найдите решение задачи Коши $\dot{x}(t) + \varphi(t)x(t) = 4$, $t \in [0,3]$, $x(0) = -1$, где $\varphi(t) = \begin{cases} 3, & t \in [0,2] \\ 1, & t \in [2,3] \end{cases}$.
3. Найдите решение краевой задачи $\dot{x}(t) + \varphi(t)x(t) = 3$, $t \in [0,4]$, $x(0) = x(4)$, где $\varphi(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0,2] \\ 2, & t \in [2,4] \end{cases}$.
4. Сформулировать условия существования, продолжаемости решений задачи Коши.
5. Сформулировать условия существования и единственности решений задачи Коши.
6. Сформулировать условия непрерывной зависимости решений от правой части и начальных условий.

Задания для самостоятельной работы:

1. Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы.
2. Подготовка к устному опросу, контрольной работе.

Тема 2. Многозначные отображения в конечномерных пространствах

Лекция. Расстояния по Хаусдорфу между множествами в конечномерном пространстве. Выпуклые множества, свойства выпуклых множеств. Среднее значение интеграла от функции, значение которой принадлежат заданному множеству. Понятие измеримого многозначного отображения. Критерий измеримости. Измеримость некоторых специальных многозначных отображений и интегралов.

Практическое занятие.

1. Примеры дифференциальных уравнений с разрывной по x правой частью. Решить задачу Коши $\dot{x}(t) = \text{sign}(x)$, $t \geq 0$, $x(0) = 0$.
2. Решить задачу Коши $\dot{x}(t) = \text{sign}(x)$, $t \geq 0$, $x(0) = 2$.
3. Решить задачу Коши $\dot{x}(t) = -\text{sign}(x)$, $t \geq 0$, $x(0) = 0$.
4. Определить расстояние по Хаусдорфу между конкретными множествами в конечномерном пространстве. Свойства расстояния по Хаусдорфу.
5. Выпуклые множества, свойства выпуклых множеств. Найти выпуклую оболочку множества $\{(0,0), (1,0), (0,1)\}$ в пространстве \mathbb{R}^2 .
6. Примеры полунепрерывного сверху, полунепрерывного снизу, непрерывного многозначного отображения.
7. Понятие измеримого многозначного отображения. Примеры измеримых многозначных отображений. Измеримое сечение многозначного отображения.
8. Критерий измеримости.
9. Понятие интеграла от измеримого многозначного отображения.

Задания для самостоятельной работы

1. Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы.
2. Подготовка к устному опросу, контрольной работе.

Тема 3. Дифференциальные включения. Дифференциальные уравнения с разрывной по фазовым переменным правой частью

Лекция. Понятие дифференциального включения. Различные определения решения дифференциального включения. Интегрирование многозначных отображений. Понятие многозначного оператора Немыцкого, его свойства. Произведение оператора интегрирования и оператора Немыцкого. Свойства произведения. Теоремы существования решения, продолжаемости дифференциального включения с выпуклой правой частью. Зависимость множества решений от правой части и от начальных условий. Дифференциальные включения с невыпуклой правой частью. Квазирешения. Теоремы существования решений. Приближенные решения. Асимптотическое представление приближенных решений. Дифференциальные уравнения с разрывной по фазовой переменной правой частью. Определение решения. Существование решения. Теоремы единственности и продолжаемости. Вариация разрывных систем. Дифференциальные включения на плоскости. Ограниченные и периодические решения.

Практическое занятие.

1. Сформулировать основные моменты доказательства теоремы Надлера. Привести примеры отображений, удовлетворяющих условиям теоремы Надлера.
2. Понятие дифференциального включения. Различные определения решения дифференциального включения. Сведение дифференциального уравнения с разрывной правой частью к дифференциальному включению.
3. Привести дифференциальное уравнение $\dot{x}(t) = \text{sign}(x)$, $t \geq 0$ к включению. Решить для полученного включения задачу Коши с начальным условием $x(0) = 0$.
4. Привести дифференциальное уравнение $\dot{x}(t) = -\text{sign}(x)$, $t \geq 0$ к включению. Решить для полученного включения задачу Коши с начальным условием $x(0) = 0$.
5. Интегрирование многозначных отображений.
6. Привести примеры многозначных отображений, не удовлетворяющих условиям Каратеодори, удовлетворяющих верхним, нижним условиям Каратеодори, и отображений, удовлетворяющих условиям Каратеодори.
7. Понятие многозначного оператора Немыцкого, его свойства. Произведение оператора интегрирования и оператора Немыцкого. Свойства произведения.
8. Найти $\int_0^t [0,1] ds$.
9. Сформулировать условия существования решения, продолжаемости дифференциального включения с выпуклой правой частью.
10. Привести условия непрерывной (полунепрерывной сверху, снизу) зависимости множества решений от правой части и от начальных условий.

Задания для самостоятельной работы

1. Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы.
2. Подготовка к устному опросу, контрольной работе.

Тема 4. Функционально-дифференциальные включения

Лекция. Функционально-дифференциальные неравенства с вольтерровыми по Тихонову операторами. Функционально-дифференциальные включения с вольтерровыми по Тихонову операторами. Обобщения обыкновенных дифференциальных включений, дифференциальных включений с запаздывающим аргументом, интегро-дифференциальных включений и др. Некоторые вопросы продолжаемости решений функционально-дифференциальных включений с вольтерровыми по Тихонову операторами: локальное и глобальное решения задачи Коши, продолжаемость решений, априорная ограниченность и глобальные решения задачи Коши для включений с полунепрерывной снизу и сверху правыми частями.

Практическое занятие

1. Примеры вольтерровых многозначных отображений, t -вольтерровых многозначных отображений. Доказать существование неподвижных точек конкретных вольтерровых многозначных сжимающих операторов.
2. Условия разрешимости задачи Коши для дифференциального включения с запаздывающим аргументом.
3. Условия разрешимости задачи Коши для интегро-дифференциального включения.
4. Понятие функционально-дифференциального включения с вольтерровым (по Тихонову) оператором. Условия существования и продолжаемости решений функционально-дифференциальных включений с вольтерровыми операторами. Априорная ограниченность - достаточное условие существования глобального решения задачи Коши для включений с полунепрерывной снизу и сверху правыми частями.
5. Доказать, что функционально-дифференциальное включение с t -вольтерровыми многозначными отображениями разрешимо, любые локальные решения продолжимы до глобального.
6. Получить априорные оценки решений дифференциального включения с запаздывающим аргументом.

Задания для самостоятельной работы

1. Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы.
2. Подготовка к устному опросу, контрольной работе.

Тема 5. Качественная теория функционально-дифференциальных включений с вольтерровыми по Тихонову операторами

Лекция. Теорема о реализации расстояний от любой суммируемой функции до своих значений в пространстве суммируемых функций. Теоремы об оценках решения включения до наперед заданной абсолютно непрерывной функции. Свойства квазирешений функционально-дифференциальных включений и принцип плотности. Свойства приближенных решений функционально-дифференциальных включений.

Практическое занятие.

1. Функционально-дифференциальное уравнение с вольтерровыми невыпуклозначными отображениями. Привести примеры.
2. Понятие обобщенного и квазирешения. Примеры обобщенных и квазирешений, не являющихся решениями.
3. Сформулировать теорему об оценках расстояния решения включения до наперед заданной абсолютно непрерывной функции.
4. Свойства квазирешений функционально-дифференциальных включений.
5. Принцип плотности. Приложения в задачах управления.
6. Свойства приближенных решений функционально-дифференциальных включений.
7. Привести примеры функционально-дифференциальных управляемых систем. Привести заданные конкретные управляемые системы к функционально-дифференциальным включениям. Исследовать полученные включения.

Задания для самостоятельной работы

1. Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы.
2. Подготовка к устному опросу, контрольной работе.

4. Контроль знаний обучающихся

4.1 Формы текущего контроля работы аспирантов: устный опрос, контрольная работа.

4.2 Задания текущего контроля

Вопросы для устного опроса

1. Дифференциальные уравнения, удовлетворяющие условиям Каратеодори. Определение решения.
2. Сформулируйте условия существования и продолжаемости решения.
3. Опишите возможные способы определения расстояния между множествами в конечномерном пространстве. Как определяется расстояние по Хаусдорфу между множествами? Какими свойствами оно обладает?
4. Понятие выпуклого множества. Отделимость точки и множества. Выпуклая оболочка множества.
5. Опорная плоскость выпуклого множества.
6. Понятие многозначного отображения. Однозначные ветви многозначного отображения.
7. Измеримые многозначные отображения. Критерии измеримости.
8. Измеримость некоторых специальных многозначных отображений.
9. Полунепрерывность и непрерывность многозначных отображений в конечномерных пространствах.
10. Условия существования непрерывных и измеримых сечений.
11. Понятие дифференциального включения.
12. Различные определения решения дифференциального включения.
13. Интегрирование многозначных отображений. Интеграл Аумана.
14. Многозначный оператор Немыцкого.
15. Произведение оператора интегрирования и многозначного оператора Немыцкого.
16. Сформулируйте условия существования решения дифференциального включения с выпуклой правой частью.
17. Продолжаемость решения дифференциального включения с выпуклой правой частью.
18. Зависимость множества решений от правой части и от начальных условий.
19. Дифференциальные включения с невыпуклой правой частью. Условия существования решения.
20. Плотность множества решения дифференциального включения с невыпуклой правой частью во множестве решений "овыпукленного" включения.
21. Приближенные решения дифференциального включения.
22. Дифференциальные уравнения с разрывной по фазовой переменной правой частью. Определение решения.
23. Существование решения.
24. Единственность и продолжаемость решений дифференциальных уравнений с разрывной по фазовым переменным правой частью.
25. Дифференциальные включения на плоскости.
26. Ограниченные и периодические решения.
27. Функционально-дифференциальные неравенства с вольтерровыми по Тихонову операторами.
28. Функционально-дифференциальные включения с вольтерровыми по Тихонову операторами.
29. Теоремы об оценках решения включения до наперед заданной абсолютно непрерывной функции.
30. Свойства квазирешений функционально-дифференциальных включений и принцип плотности.
31. Свойства приближенных решений функционально-дифференциальных включений.

Задания для контрольных работ

Задание № 1

1. Найдите решение задачи Коши $\dot{x}(t) + \varphi(t)x(t) = 6, t \in [0,3], x(0) = 5,$
где $\varphi(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0,2] \\ 5, & t \in [2,3] \end{cases}.$
2. Найдите решение задачи Коши $\dot{x}(t) + \varphi(t)x(t) = 3, t \in [0,4], x(0) = 2,$
где $\varphi(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0,2] \\ 2, & t \in [2,4] \end{cases}.$
3. Найдите решение задачи Коши
 $\ddot{x}(t) = 4\text{sign}(\sin 2t)x(t), t \in [0, \pi], x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1.$
4. Найдите решение задачи Коши
 $\ddot{x}(t) = 4\text{sign}(\cos 2t)x(t), t \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right], x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1.$

Задание № 2

1. Дайте определение расстояния по Хаусдорфу между компактными множествами.
Докажите, что расстояние по Хаусдорфу задает метрику в пространстве $\text{comp}(\mathbb{R}^n).$
2. Найдите расстояние по Хаусдорфу между множествами $A, B \in \text{comp}(\mathbb{R}^2),$ если $A = S_r(0), B = \{x = (x_1, x_2): |x_1| \leq 1, |x_2| \leq 1, \}.$
При каком r это расстояние минимально?
3. Докажите, что если $A, B \in \text{comp}(\mathbb{R}^n),$ то $A + B \in \text{comp}(\mathbb{R}^n),$ при этом если множества A, B выпуклы, то и $A + B$ выпукло.
4. Что называется ε – окрестностью множества $A \in \text{comp}(\mathbb{R}^n)?$
Докажите, что $A^\varepsilon = A + S_\varepsilon(0).$
5. В каком случае и как можно восстановить множество по заданной опорной функции?
Докажите соответствующее равенство.
6. Найдите опорную функцию множества $A^\varepsilon,$ если $A = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2: x_1 = -2, |x_2| \leq 1\}, \varepsilon = 4.$

Задание № 3

1. Какое множество называется выпуклым? Сформулировать теорему Каратеодори о выпуклых множествах из $E^n.$
2. Дайте определение расстояния по Хаусдорфу между множествами. Найдите расстояние по Хаусдорфу между множествами $A, B \in E^n,$ если $A = \{x = (x_1, x_2): |x_1| \leq 2, |x_2| \leq 2, \}$
 B – замкнутый шар единичного радиуса с центром в точке $(2, 0).$
3. Пусть $A, B \in \Omega(E^n).$ Доказать, что $h^+[A, B] = \inf\{\varepsilon > 0: A \subset B^\varepsilon\}.$
4. Дайте определение опорной функции множества $A.$ Что такое опорное множество к A в заданном направлении?
Докажите, что:
А) опорная функция $c(A, *): E^n \rightarrow E$ является выпуклой функцией;
Б) для любых $A, B \in \Omega(E^n)$ верно $c(A + B, x^*) = c(A, x^*) + c(B, x^*);$
В) для любого $A \in \Omega(E^n)$ верно $c(\text{co}A, x^*) = c(A, x^*).$
5. Дайте определение многозначного отображения.
Какое многозначное отображение называется полунепрерывным сверху, полунепрерывным снизу, непрерывным?
Отображение $F: E \rightarrow \Omega(E)$ задано соотношением: $F(t) = \begin{cases} 0, & t < 1, \\ [-1, 1], & t \in [-1, 1]. \end{cases}$ Будет ли отображение F полунепрерывным сверху, полунепрерывным снизу, непрерывным?
6. Какое многозначное отображение называется измеримым?

Что называется сечением многозначного отображения?

При каких условиях у многозначного отображения существует непрерывное сечение?

При каких условиях у многозначного отображения существует измеримое сечение?

7. Дайте определение интеграла от многозначного отображения.

Пусть отображение $F: E \rightarrow \Omega(E^n)$ имеет выпуклые образы и непрерывно на множестве $I = [t_0, t_1]$.

Докажите, что интеграл от F на множестве I является непустым, ограниченным, выпуклым множеством.

8. Найти интеграл от многозначного отображения F на отрезке $[-3, 3]$, если

$$F(t) = \begin{cases} [0, 1], & t \in [-3, -1], \\ 0, & t \in (-1, 1), \\ [-1, 0], & t \in [1, 3]. \end{cases}$$

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета.

Вопросы зачета

1. Разрывные дифференциальные уравнения. Основные требования к обобщенному понятию решения таких уравнений.
2. Дифференциальные уравнения, удовлетворяющие условиям Каратеодори. Определение решения.
3. Существование решения.
4. Продолжаемость решений.
5. Единственность решения.
6. Непрерывная зависимость решений от правой части и начальных условий.
7. Расстояние по Хаусдорфу между множествами в конечномерном пространстве.
8. Выпуклые множества. Отделимость точки и множества.
9. Выпуклая оболочка множества.
10. Опорная плоскость выпуклого множества.
11. Среднее значение интеграла.
12. Предел производных абсолютно непрерывных функций.
13. Измеримые многозначные отображения.
14. Критерий измеримости.
15. Измеримость некоторых специальных многозначных отображений.
16. Понятие дифференциального включения.
17. Различные определения решения дифференциального включения.
18. Интегрирование многозначных отображений. Интеграл Аумана.
19. Многозначный оператор Немыцкого.
20. Произведение оператора интегрирования и многозначного оператора Немыцкого.
21. Существование решения дифференциального включения с выпуклой правой частью.
22. Продолжаемость решения дифференциального включения с выпуклой правой частью.
23. Зависимость множества решений от правой части и от начальных условий.
24. Дифференциальные включения с невыпуклой правой частью. Существование решения.
25. Квазирешения дифференциального включения с невыпуклой правой
26. частью.
27. Плотность множества решения дифференциального включения с невыпуклой правой частью во множестве решений "овыпукленного" включения.
28. Приближенные решения дифференциального включения, решения.
29. Равномерная непрерывность многозначного отображения относительно функции.
30. Асимптотическое представление множеств приближенных решений.
31. Дифференциальные уравнения с разрывной по фазовой переменной правой частью. Определение решения.

32. Существование решения.
33. Единственность и продолжаемость решений дифференциальных уравнений с разрывной по фазовым переменным правой частью.
34. Вариация разрывных систем.
35. Дифференциальные включения на плоскости.
36. Ограниченные и периодические решения.
37. Функционально-дифференциальные неравенства с вольтерровыми по Тихонову операторами.
38. Функционально-дифференциальные включения с вольтерровыми по Тихонову операторами.
39. Обобщения обыкновенных дифференциальных включений.
40. Обобщения дифференциальных включений с запаздывающим аргументом.
41. Интегро-дифференциальные включения.
42. Некоторые вопросы продолжаемости решений функционально-дифференциальных включений с вольтерровыми по Тихонову операторами: локальное и глобальное решения задачи Коши.
43. Продолжаемость решений, априорная ограниченность и глобальные решения задачи Коши для включений с полунепрерывной снизу и сверху правыми частями.
44. Теорема о реализации расстояний в пространстве суммируемых функций от любой суммируемой функции до своих значений.
45. Теоремы об оценках решения включения до наперед заданной абсолютно непрерывной функции.
46. Свойства квазирешений функционально-дифференциальных включений и принцип плотности.
47. Свойства приближенных решений функционально-дифференциальных включений.

Задания для зачета

1. Привести дифференциальное уравнение $\dot{x}(t) = \text{sign}(x)$, $t \geq 0$ к включению. Решить для полученного включения задачу Коши с начальным условием $x(0) = 0$.
2. Привести дифференциальное уравнение $\dot{x}(t) = -\text{sign}(x)$, $t \geq 0$ к включению. Решить для полученного включения задачу Коши с начальным условием $x(0) = 0$.
3. Найдите расстояние по Хаусдорфу между множествами $A, B \in \text{comp}(\mathbb{R}^2)$, если $A = S_r(0)$, $B = \{x = (x_1, x_2): |x_1| \leq 1, |x_2| \leq 1\}$. При каком r это расстояние минимально?
4. Докажите, что если $A, B \in \text{comp}(\mathbb{R}^n)$, то $A + B \in \text{comp}(\mathbb{R}^n)$, при этом если множества A, B выпуклы, то и $A + B$ выпукло.
5. Отображение $F: E \rightarrow \Omega(E)$ задано соотношением: $F(t) = \begin{cases} 0, & t < 1, \\ [-1, 1], & t \in [-1, 1], \\ 0, & t > 1 \end{cases}$. Будет ли отображение F полунепрерывным сверху, полунепрерывным снизу, непрерывным?
6. Найти интеграл от многозначного отображения F на отрезке $[-3, 3]$, если

$$F(t) = \begin{cases} [0, 1], & t \in [-3, -1], \\ 0, & t \in (-1, 1), \\ [-1, 0], & t \in [1, 3]. \end{cases}$$

4.4 Шкала оценивания промежуточной аттестации

Оценка	Основные показатели достижения результата
«зачтено»	Сформированы, но, возможно содержащие отдельные пробелы, знания о многозначных отображениях в конечномерных пространствах, их свойствах, о дифференциальных включениях (ДВ) и функционально-

	<p>дифференциальных включения (ФДВ), областях их применения, различных определениях решений ДВ и ФДВ, условиях разрешимости ДВ и ФДВ, продолжаемости решений, построения эффективных оценок, Сформированы, но, возможно содержащие отдельные пробелы, знания о ключевых понятиях и утверждениях теории оптимального управления.</p> <p>В целом успешное, но, возможно, не систематически осуществляемое умение применять теоремы многозначного анализа для исследования разрешимости ДВ и ФДВ, определять в задаче быстрогодействия оптимальное управление и оптимальную траекторию.</p> <p>В целом успешное, но, возможно, не систематическое владение и использование навыков нахождения расстояния по Хаусдорфу между множествами, интегрирования многозначных отображений, проверки условий Каратеодори для многозначных отображений, проверки свойств вольтерровости и τ-вольтерровости отображений.</p>
«не зачтено»	<p>Отсутствие знаний или фрагментарные представления о многозначных отображениях в конечномерных пространствах, их свойствах, о дифференциальных включениях (ДВ) и функционально-дифференциальных включениях (ФДВ), областях их применения, различных определениях решений ДВ и ФДВ, условиях разрешимости ДВ и ФДВ, продолжаемости решений, построения эффективных оценок, Отсутствие знаний или фрагментарные представления о ключевых понятиях и утверждениях теории оптимального управления.</p> <p>Отсутствие умений или частично освоенное умение применять теоремы многозначного анализа для исследования разрешимости ДВ и ФДВ, определять в задаче быстрогодействия оптимальное управление и оптимальную траекторию.</p> <p>Отсутствие навыков или фрагментарное владение навыками нахождения расстояния по Хаусдорфу между множествами, интегрирования многозначных отображений, проверки условий Каратеодори для многозначных отображений, проверки свойств вольтерровости и τ-вольтерровости отображений.</p>

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература:

1. Жуковский, Е.С. Линейные эволюционные функционально-дифференциальные уравнения в банаховом пространстве [Текст] : Монография / Е.С. Жуковский ; Тамб. гос. ун-т им.Г.Р.Державина .— Тамбов : Изд-во ТГУ, 2003 .— 148 с. — ISBN 5-89016-078-8 : 40.88.
2. Жуковский, Е. С. Накрывающие отображения в произведении метрических пространств и краевые задачи для дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной [Текст] / Е. С. Жуковский, Е. А. Плужникова // Дифференциальные уравнения .— 2013 .— Т. 49, № 4 .— С. 439-455 .— (Обыкновенные дифференциальные уравнения) .— ISSN 0374-0641
3. Дерр, В. Я. Функциональный анализ [Текст] : лекции и упражнения / В. Я. Дерр .— Москва : КНОРУС, 2013 .— 461 с. — ISBN 978-5-406-02728-8.
4. Григоренко, А.А. Некоторые вопросы теории возмущенных включений и их приложения [Текст] : монография / А.А. Григоренко, Е.А. Панасенко ; Тамб. гос. ун-т им. Г.Р.Державина .— Тамбов : Изд-во ТГУ, 2010 .— 117 с. — ISBN 978-5-89016-654-8.

5.2 Дополнительная литература:

1. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. М.: Наука, 2007.
2. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи. М.: "ВШ", 2009.
3. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 2007
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 2008.
5. Филатов О.П., Хапаев М.М. Усреднение систем дифференциальных включений. М.: УРСС, 2006.
6. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения. Примеры и задачи. М.: "ВШ", 2009.

5.3 Иные источники:

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 2005.
2. Филатов О.П., Хапаев М.М. Усреднение систем дифференциальных включений. М.: УРСС, 2006.
3. Булгаков А.И. Непрерывные ветви многозначных отображений с невыпуклыми образами и функционально-дифференциальные включения. Матем. сб., 1990. Т.181. № 11. С.1427-1442.
4. Булгаков А.И. Некоторые вопросы дифференциальных и интегральных включений с невыпуклой правой частью. В сб. «Функционально-дифференциальные уравнения». Пермь: ППИ, 1991. С.28-57.
5. Булгаков А.И. Непрерывные ветви многозначных отображений и интегральные включения с невыпуклыми образами и их приложения I-III // Дифференциальные уравнения. 1992. Т.28. № 3-5.
6. Булгаков А.И. Интегральные включения с невыпуклыми образами и их приложение к краевым задачам дифференциальных включений // Матем. сб. 1992. Т.183. № 10. С.63-86.

6. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: помещения для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Электронная информационно-образовательная среда

<http://moodle.tsutmb.ru>

Взаимодействие преподавателя и аспиранта в процессе освоения дисциплины осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.

Лицензионное программное обеспечение:

Операционная система Microsoft Windows Vista Business Russian
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition. 1500-2499
Node 1 year Educational Renewal Licence
Microsoft Office Профессиональный плюс 2007

Информационные справочные системы и профессиональные базы данных:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	http://www.biblioclub.ru
ЭБС «Консультант студента»: Медицина. Здравоохранение, Комплект Гуманитарные науки	http://www.studentlibrary.ru
ЭБС «IPRSMART» (старое название « IPR books»)	http://iprbookshop.ru
ЭБС «Юрайт»	http://www.urait.ru
Сетевая электронная библиотека педагогических вузов	https://e.lanbook.com/
Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU	http://elibrary.ru
Государственная информационная система «Национальная электронная библиотека»	https://нэб.рф
Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина	http://www.prilib.ru
Электронный справочник «Информио»	www.informio.ru
Справочная правовая система «Консультант Плюс»	http://www.consultant.ru
Архив научных журналов зарубежных издательств	https://arch.neicon.ru